# 微分積分学続論（火曜２限）レポート問題
（期日６月７日 PM ５：００）

担当　寺杣友秀

**1.**　$(x, y)$ 平面上の次の関数の臨界点、極大値、極小値を求めよ。

(1) $x^4 - 4xy + 2y^2$

(2) $(x+y)\exp(xy)$

**2.**　次の対称行列 $H$ を主軸化せよ。すなわち $A^{-1}HA$ が対角行列となるような直交行列、すなわち ${}^tAA = I_3$ となるような行列 $A$ を求めよ。（ ${}^tA$ は $A$ の転置行列）

$$H = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**3.**　方程式

$$(x^2+y^2)^2 - 2(x^2-y^2) = 0$$

で定義された曲線 $C$（レムニスケート曲線）について次の問いに答えよ。

(1) $C$ 上の点 $(x_0, y_0)$ であって $(x_0, y_0)$ の周りで $x$ を曲線のパラメータとしてとれないような点をすべて求めよ。
(2) 同様に $y$ を曲線のパラメータとしてとれないような点をすべて求めよ。
(3) 曲線の概形を求めよ。

**4.**　$\mathbf{R}^2$ から $\mathbf{R}^2$ への写像 $f$ を

$$f : \mathbf{R}^2 \ni (x, y) \mapsto f(x, y) = (x^2 - y^2, 2xy) \in \mathbf{R}^2$$

によって定義する。$(x_0, y_0)$ の十分小さい近傍 $U$ において $U$ と $f(U)(=$「$U$ の $f$ による像」）が $f$ によって全単射とならないような $(x_0, y_0)$ をすべて求めよ。

**5.**　$xyz$ 空間内で

$$\begin{cases} 2x + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + 2y + z^2 = 4 \end{cases}$$

定義された曲線を $C$ として、$C$ の上の点 $(x_0, y_0, z_0)$ を考える。

(1) $x$ が $(x_0, y_0, z_0)$ のある近傍でのパラメータとしてとれないような $(x_0, y_0, z_0)$ を求めよ。
(2) 近傍で $y$ がパラメータとしてとれないような点を求めよ。
(3) 近傍で $z$ がパラメータとしてとれないような点を求めよ。