

数学 II 演習

2008 年 11 月 26 日 担当：寺杣友秀

1. \mathbf{R}^2 から \mathbf{R}^3 への線形写像 f を

$$f(x) = Ax$$

によって定める。ここで

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

とする。 \mathbf{R}^2 の基底 $\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と \mathbf{R}^3 の基底 $\mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\mathbf{f}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ に関する線形写像 f の行列表示 B を求めよ。ただし B は $f(a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2) = b_1\mathbf{f}_1 + b_2\mathbf{f}_2 + b_3\mathbf{f}_3$ とした時、

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

を満たす行列のことである。

2. 次の行列の固有値とその固有値に対する固有ベクトルの一つを求めよ。

(1)

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

(3)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & -11 & 6 \end{pmatrix}$$