

数学 II 演習

2008 年 12 月 8 日 担当：寺杣友秀

1. 次の漸化式であたえられている数列がある。

$$a_{n+3} + 2a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0$$

(1) すべての n に対して

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_{n+2} \\ a_{n+3} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \\ a_{n+2} \end{pmatrix}$$

が成り立つような 3×3 行列 A を求めよ。

(2) (1) で求めた A の固有値とそれぞれの固有値に属する固有ベクトルを一つ求めよ。

(3) (1) で求めた A を対角化し、 A^n を求めよ。

(4) 数列の一般項 a_n を a_1, a_2, a_3 であらわせ。

2. A を次の 3×3 行列とする。

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 7 & -4 \\ -4 & 8 & -5 \end{pmatrix}$$

(1) A の固有値を求め、固有値のそれぞれに対する固有空間の基底を求めよ。

(2) A は対角化可能か。もし可能であれば、対角化せよ。