

数学 II 演習問題

2014 年 1 月 7 日 担当：寺杣友秀

1. ベクトル v_1, v_2, v_3 を

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

として $w_1 = v_1$ とおく。また a, b, c を実数として $w_2 = v_2 + aw_1$, $w_3 = v_3 + bw_1 + cw_2$ とおく。

- (1) $(w_1, w_2) = 0$ となるように a を定めよ。
- (2) a を上に定めたものとする。 $(w_1, w_3) = (w_2, w_3) = 0$ となるように b, c を定めよ。
- (3) k_1w_1, k_2w_2, k_3w_3 が正規直交基底になるような 0 でない実数 k_1, k_2, k_3 を一組求めよ。

2. 次の行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ について答えよ。

- (1) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ。
- (2) それぞれの固有値に対する固有ベクトル v_1, v_2, v_3 を一つ求めよ。
- (3) v_1, v_2, v_3 が直交することを確かめよ。
- (4) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような直交行列 P を一つ求めよ。