

数学 II 演習問題

2012 年 5 月 14 日 担当：寺杣友秀

1. (1) 次の行列を考える。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

このとき AB, BC を求めよ。

(2) $(AB)C = A(BC)$ を確かめよ

2. 次の写像 f, g は線形写像か？定義に従って確かめよ。

$$(1) f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x + 2y + 1 \\ y - x \end{pmatrix} \quad (2) g\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3x + y \\ y + 2x \end{pmatrix}$$

3. (1) 次の線形写像 f, g に対応する F, G を求めよ。

$$(a) f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x - 3y + 2z \\ 3x + y + 2z \end{pmatrix} \quad (b) g\left(\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} u - v \\ 2u + v \\ u - 3v \end{pmatrix}$$

(2) f と g の合成写像を $g \circ f$ とするとき、 $g \circ f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right)$ を求めよ。

(3) (1) で求めた行列 F, G の積 GF を求めよ。

4. 線形写像 f が

$$f(e_1 + e_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad f(2e_1 + 3e_2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を満たしている時、 f に対応する行列を求めよ。ここで e_1, e_2 は \mathbb{R}^3 の基本単位ベクトルである。