

数学 II 演習問題

2012 年 6 月 11 日 担当：寺杣友秀

1. ベクトル $v_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ と $v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ で作られる平行四辺形の面積を求めよ。

2. ベクトル $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ は $v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ に対して時計周り方向にあるか、反時計周り方向にあるかを行列式を考えることにより答えよ。

3. 次の規則で与えられている置換 σ の符号を答えよ。

(1) $\sigma(1) = 5, \sigma(2) = 1, \sigma(3) = 4, \sigma(4) = 3, \sigma(5) = 2$

(2) n を 2 以上の整数として

$$\sigma(1) = 2, \sigma(2) = 3, \sigma(3) = 4, \dots, \sigma(n-1) = n, \sigma(n) = 1.$$

(3) n を 2 以上の整数として

$$\sigma(1) = n, \sigma(2) = n-1, \sigma(3) = n-2, \dots, \sigma(n) = 1.$$

4. 4 次の置換 σ, τ がそれぞれ $\sigma(1) = 4, \sigma(2) = 1, \sigma(3) = 3, \sigma(4) = 2$ および $\tau(1) = 2, \tau(2) = 3, \tau(3) = 4, \tau(4) = 1$ で与えられる時、合成 $\sigma\tau$ および $\tau\sigma$ を求めよ。

5. 次の行列式を求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 6 & -1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

6. (1) 次の行列式を求めよ。

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

(2) 平面上の 2 点 $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ を通る直線の方程式は

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

で与えられる事を証明せよ。ただし上の 2 点は同じではないとする。

(3) 空間内で原点と $P_1 = (a_1, b_1, c_1), P_2 = (a_2, b_2, c_2)$ を通る平面の方程式は

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$$

で与えられる事を証明せよ。ただし点 P_1, P_2 の位置ベクトルは平行ではないとする。