数学 II 演習問題

2012 年 6 月 25 日　担当：寺杣友秀

1. 次の行列式を求めよ。

$$(1)\quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} \qquad (2)\quad \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

2. (1) 次の行列式を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

(2) 左辺と右辺の行が入れ替わっていることに注意して、次の等式が成り立つように x を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

3. 次の行列式を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 7 & 5 \\ 2 & 3 & 8 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 7 & 7 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 8 & 7 \end{vmatrix}$$

4. 平面上の 3 点 $P_1 = (x_1, y_1), P_2 = (x_2, y_2), P_3 = (x_3, y_3)$ を頂点とする三角形の面積は次の行列式の絶対値 $|\ S\ |$ で与えられることを証明せよ。

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

5. (1) 空間上ので一直線上にない 3 点 $P_1 = (x_1, y_1, z_1), P_2 = (x_2, y_2, z_2), P_3 = (x_3, y_3, z_3)$ を通る平面の方程式は次の行列式で与えられることを証明せよ。

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x & y & z \end{vmatrix} = 0$$

(2) 空間上の 3 点 $P_1 = (1, 1, 1), P_2 = (1, 2, 3), P_3 = (2, 3, 6)$ を通る平面の方程式を上の方法を用いて求めよ。